



Examen du 7 janvier 2015 (Durée 2 heure)

Une feuille manuscrite recto-verso est autorisée, les autres documents ne sont pas autorisés.

La calculatrice est autorisée.

Il sera tenu compte de la rigueur de la rédaction et de la clarté de la présentation.

Pour tout l'examen on suppose que l'on dispose d'un générateur aléatoire **Random** () qui fournit une séquence de nombres réels aléatoires indépendants de même loi uniforme sur $[0, 1[$ et d'un générateur aléatoire de nombres entiers **Alea** (n) qui génère séquence d'entiers indépendants de même loi uniforme sur l'ensemble $\{1, \dots, n\}$.

Exercice 1 : le temps des cerises !

Au pays des cerises, toutes les familles ont exactement deux enfants. Un sondage effectué sur $N = 1000$ familles de ce pays a donné les résultats suivants :

nombre de familles	effectif
n'ayant aucun garçon	237
ayant exactement un garçon	477
ayant 2 garçons	286

Question 1.1 :

Qu'en pensez-vous ?

Exercice 2 : générateur inconnu

```
Générateur-inconnu()
```

```
  X = Random ()
```

```
  Y = Random ()
```

```
  Z = -log(X × Y)
```

```
  return Z
```

```
// Ici log est le logarithme népérien
```

Question 2.1 : Loi de Z

Donner la loi de la variable Z générée par cet algorithme. En déduire la moyenne et la variance de la valeur retournée par l'algorithme. *Indication : faire un dessin.*

Exercice 3 : Tomber juste...

Initialement chaque objet est à sa place. Un petit rigolo a mélangé ces objets et vous dit : ce n'est pas grave, en moyenne le nombre d'objets qui sont encore bien placés est 1.

Question 3.1 : Modélisation

Modéliser ce problème.

Question 3.2 : Espérance

En utilisant des variables indicatrices bien choisies, démontrer que le petit rigolo a raison.

Question 3.3 : Variance

Calculer la variance du nombre d'objets bien placés.

**Annexe : réels (float) pseudo-aléatoires**

0.327010 0.057128 0.994553 0.214157 0.825574 0.795653 0.068671 0.667426 0.755272 0.461837
0.788446 0.411315 0.905150 0.781532 0.794132 0.095405 0.647180 0.548351 0.271737 0.638842
0.723094 0.464648 0.332958 0.886690 0.764691 0.604677 0.390348 0.213932 0.135788 0.528952
0.155550 0.462798 0.586080 0.150103 0.676956 0.411654 0.945757 0.745627 0.079080 0.701028
0.207464 0.867526 0.112343 0.112614 0.649058 0.906475 0.208019 0.296238 0.454826 0.479756
0.935080 0.177919 0.944403 0.268038 0.064609 0.709094 0.872715 0.454958 0.923026 0.008503
0.983909 0.078576 0.471301 0.569990 0.228680 0.148257 0.981644 0.174436 0.893884 0.060724
0.875465 0.101348 0.928250 0.987808 0.213961 0.577309 0.894283 0.421980 0.873546 0.349109
0.901736 0.808627 0.527028 0.846139 0.076665 0.591637 0.555233 0.949380 0.046595 0.478259
0.957883 0.030504 0.556835 0.429184 0.600494 0.785515 0.577441 0.582138 0.959951 0.471325